

С 7 2 4 9 7 5 -1

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ГЛАВНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

---

*На правах рукописи*

УДК 521.15

**Мельников Александр Викторович**

**РЕЗОНАНСНАЯ ВРАЩАТЕЛЬНАЯ ДИНАМИКА  
МАЛЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ**

Специальность 01.03.01    астрометрия и небесная механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург 2001 г.

Работа выполнена в Главной астрономической обсерватории РАН.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук  
**И. И. Шевченко.**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор  
**Ю. В. Батраков,**

кандидат физико-математических наук  
**Н. Н. Васильев.**

Ведущая организация:

Санкт-Петербургский государственный университет.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА  
КФУ



Защита диссертации состоится « 8 » сентября 2002 г.  
в 11 часов 30 минут на заседании диссертационного совета  
К 002.120.01 Главной астрономической обсерватории РАН по адресу:  
196140, Санкт-Петербург, Пулковское шоссе, 65/1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГАО РАН.

Автореферат разослан « 4 » января 2002 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук

A handwritten signature in black ink, consisting of stylized, flowing letters that appear to be 'E. V. Miletskiy'.

**Е. В. Милецкий**

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** По современным данным, у всех планет, кроме Меркурия и Венеры, есть спутники. Спутники планет, по их физическим размерам, можно разделить на две группы — большие (например, Луна, галилеевы спутники Юпитера) и малые (например, спутники Марса — Фобос и Деймос). Планеты-гиганты имеют множество (по современным данным до трех десятков у Сатурна) малых спутников. Наблюдаемая доля малых спутников (средний радиус менее 300 км) составляет порядка 80%. Большие спутники планет имеют правильную близкую к сферической геометрическую форму. Малые спутники, напротив, имеют ярко выраженную асимметрию формы.

Малые спутники со значительными эксцентриситетами и большими наклонениями орбит называются нерегулярными [17]. По современным данным, нерегулярные спутники составляют около 40% малых спутников планет. Недавно были открыты 12 новых нерегулярных спутников Сатурна [9] и 2 нерегулярных спутника Урана [8].

Теоретические исследования Уиздома и др. [19] и Уиздома [20] показали, что спутник несферической формы на эллиптической орбите может вращаться хаотическим, непредсказуемым образом. Этот вывод значительно повысил интерес к изучению вращательной динамики малых спутников планет. Наиболее вероятным кандидатом на хаотическое вращение из-за своей несферической формы и значительного эксцентриситета орбиты является седьмой спутник Сатурна Гиперион [19, 20].

Из теории следует (см., например, [2, 10, 17]), что наиболее вероятной конечной стадией долговременной динамической эволюции спутника является плоское (в плоскости орбиты) вращение в синхронном резонансе с орбитальным движением. При этом ось вращения спутника совпадает с главной центральной осью инерции спутника, соответствующей максимальному моменту инерции, и ортогональна плоскости орбиты. Действительно, наблюдательные данные указывают на то, что все большие спутники планет вращаются синхронно. Малые спутники планет, вращательное состояние которых установлено, также в большинстве вращаются синхронно. Исключение составляют девятый спутник Сатурна Феба [13], два спутника Юпитера — Гималия, Элара и два новых спутника Урана [16], находящиеся в быстром несинхронном вращении.

В ходе долговременной динамической эволюции спутник проходит через различные резонансные состояния, пока не будет захвачен в одно из них [10]. Возможность нахождения спутника в каком-либо резонансном состоянии на-

прямую связана с устойчивостью этого резонансного вращения спутника относительно наклона оси вращения [20]. Чтобы спутник в ходе вращательной эволюции мог быть захвачен в плоское резонансное вращение, это вращение должно быть устойчивым. Следовательно, актуальной задачей является исследование устойчивости плоских резонансных вращений и в первую очередь синхронного вращения.

При плоском синхронном вращении на эллиптической орбите ориентация спутника относительно центра масс испытывает вынужденные «эксцентриситетные» колебания [1]. Если значение параметра, характеризующего динамическую асимметрию формы спутника, принадлежит области параметрического резонанса, то вращательное движение спутника испытывает бифуркацию удвоения периода. Возникают «бифуркационные» колебания ориентации спутника с периодом в два раза большим периода обращения спутника по орбите. Эти колебания могут иметь значительную амплитуду, и, следовательно, могут быть относительно легко наблюдаемыми. Представляют интерес теоретические оценки, позволяющие определять амплитуду бифуркационных колебаний спутника. Выявление бифуркационного вращательного режима у конкретных спутников позволило бы наложить ограничения на их возможные динамические характеристики. Это указывает на актуальность исследования бифуркационных режимов вращения малых спутников.

Информацию о реальных режимах вращения спутников планет дает сопоставление их наблюдаемых кривых блеска с модельными, то есть рассчитываемыми теоретически при заданных предположениях. Такое сопоставление позволяет определить из наблюдений как характер вращательной динамики спутника и уточнить его инерционные параметры, так и получить информацию об отражательных свойствах его поверхности. Следовательно, важное значение имеет разработка методов моделирования вращательной динамики спутников планет.

Моделирование кривых блеска Гипериона, выполненное Клаветтером [12] на основе полученных им наблюдательных данных [11], позволило ему сделать вывод, что вращение Гипериона является, скорее всего, хаотическим. Моделирование, проведенное Блэком и др. [7] на основе данных наблюдений с межпланетной космической станции «Вояджер 2» [18], показало, что скорость вращения Гипериона в четыре раза выше скорости его обращения по орбите. При такой высокой скорости вращение могло бы быть регулярным. Однако Блэк и др. [7] на основании результатов моделирования более склонны считать вращение Гипериона хаотическим. Гиперион является наиболее вероятным кандидатом на хаотическое вращение среди малых спутников с

известными динамическими параметрами [19, 20]. Поэтому задача об определении его вращательного состояния путем моделирования кривых блеска является актуальной.

В целом, изучение резонансной вращательной динамики малых спутников планет, особенно в свете недавних открытий большого числа новых спутников [8, 9], является актуальной задачей современной небесной механики.

**Цели работы.** Ставятся и решаются следующие задачи:

1. Получить данные об устойчивости/неустойчивости плоского вращения малых естественных спутников несферической формы относительно наклона оси вращения в различных резонансных спин-орбитальных состояниях.
2. Исследовать бифуркационные режимы синхронного вращения. Получить соотношения для оценки амплитуды бифуркационных колебаний ориентации спутника относительно его центра масс. Изучить возможность нахождения реальных малых спутников планет в бифуркационных режимах синхронного вращательного движения.
3. На основе наблюдательных данных, полученных в ГАО РАН, провести детальное моделирование вращательной динамики Гипериона наиболее вероятного кандидата среди спутников планет на хаотическое вращение. Определить вращательное состояние Гипериона (хаотическое либо регулярное) и параметры его фазовой функции.

**Научная и практическая значимость работы.**

1. Результаты теоретического исследования устойчивости/неустойчивости синхронного и других резонансных состояний относительно наклона оси вращения позволяют наложить ограничения на возможные значения инерционных параметров реальных спутников планет, а также определить резонансные вращательные состояния, в которых спутники могут находиться в ходе долговременной динамической эволюции.
2. Выведенные соотношения для оценки амплитуды бифуркационных колебаний ориентации спутника позволяют прогнозировать возможность наблюдения бифуркационного режима плоского синхронного вращательного движения малых спутников планет. Выявление этого режима у реальных спутников даст возможность наложить ограничения на значения их инерционных параметров.

3. Разработанный алгоритм и программное обеспечение для построения теоретических кривых блеска спутников планет позволяет моделировать наблюдаемые кривые блеска реальных спутников. Посредством моделирования кривых блеска можно изучать вращательную динамику и динамические параметры спутников и отражательные свойства их поверхности.

В настоящем исследовании **являются новыми и выносятся на защиту** следующие результаты:

1. Исследована устойчивость вращательного движения несферического спутника в синхронном спин-орбитальном резонансе на эллиптической орбите. Путем вычисления мультипликаторов линеаризованных гамильтоновых уравнений движения, на плоскости инерционных параметров определены границы областей устойчивости и неустойчивости относительно наклона оси вращения. Найдены ограничения на возможные значения инерционных параметров Гипериона. Сделан вывод о неустойчивости вращательного движения Амальтеи относительно наклона оси вращения в одном из двух возможных синхронных резонансов.
2. Путем вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова для случаев Гипериона, Фобоса, Деймоса и Амальтеи проведена классификация траекторий плоского вращательного движения на устойчивые и неустойчивые относительно наклона оси вращения. Найдены основные устойчивые спин-орбитальные состояния.
3. Исследована зависимость амплитуды бифуркационных колебаний спутника в перицентре орбиты от значений эксцентриситета орбиты и параметра динамической асимметрии. Получены новые теоретические соотношения для вычисления амплитуды бифуркационных колебаний. Сделан вывод о возможности существования бифуркационного режима движения у Фобоса, Деймоса, Эпиметя, Елены и Пандоры, при этом наиболее вероятным кандидатом на нахождение в бифуркационном режиме синхронного вращения является Фобос.
4. Для случая среднего значения эксцентриситета орбиты седьмого спутника Сатурна Гипериона построено бифуркационное дерево и изучены его характеристики. Сделан вывод, что современные данные об инерционных параметрах Гипериона не исключают возможности присутствия бифуркационных мод в истории эволюции его вращательной динамики.

5. Проведено моделирование кривой блеска Гипериона по современным наблюдательным данным. Сделан вывод о хаотическом вращательном состоянии Гипериона, определены значения параметров, характеризующих его геометрическую форму и отражательные свойства его поверхности.

**Апробация.** Результаты диссертационной работы были представлены на конференциях «Проблемы небесной механики» (Санкт-Петербург, 1997 г.), «Компьютерные методы небесной механики 97» (Санкт-Петербург, 1997 г.), докладывались на научных семинарах ИТА РАН и ГАО РАН.

**Структура и объем диссертационной работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка цитированной литературы из 58 наименований. Общий объем диссертации составляет 115 страниц. Она содержит 28 иллюстраций и 5 таблиц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обосновывается актуальность и научная новизна темы диссертации. Приводится краткое содержание диссертационной работы и результаты, выносимые на защиту.

В **Главе I «Устойчивость вращательного движения»** рассматривается задача об устойчивости/неустойчивости плоского (в плоскости орбиты) вращательного движения малых спутников планет относительно наклона оси вращения.

Рассматривается движение несферического твердого тела («спутника») относительно его центра масс на невозмущенной эллиптической орбите вокруг планеты. Планета считается неподвижной гравитирующей точкой. Размеры спутника много меньше радиуса орбитального движения. Форма спутника задает главные центральные моменты инерции  $A < B < C$ . Ось вращения спутника совпадает с осью его наибольшего главного центрального момента инерции. Динамика относительного движения в плоской задаче определяется двумя параметрами:  $\omega_0 = \sqrt{3(B-A)/C}$ , характеризующим асимметрию формы спутника, и  $e$ , эксцентриситетом его орбиты; а в пространственной — тремя:  $A/C$ ,  $B/C$  и  $e$ .

Для случая плоского синхронного вращательного движения несферического спутника на эллиптической орбите на плоскости инерционных пара-

метров ( $A/C$ ,  $B/C$ ) определяются границы областей устойчивости/неустойчивости относительно наклона оси вращения. Для разделения плоских резонансных вращений на устойчивые/неустойчивые относительно наклона оси вращения применяется статистический метод. Основной идеей метода является получение порогового критерия для этого разделения из анализа модальной структуры распределения модулей мультипликаторов линеаризованной гамильтоновой системы уравнений движения, вычисленных для разных значений инерционных параметров спутника. Высокое разрешение, достигнутое при выявлении границ областей устойчивости/неустойчивости на плоскости ( $A/C$ ,  $B/C$ ), позволило: наложить дополнительные ограничения на возможные значения инерционных параметров Гипериона; сделать вывод об устойчивости синхронного вращения Фобоса и Деймоса; в случае Амальтеи сделать вывод о неустойчивости ее плоского вращательного движения относительно наклона оси вращения в одном из двух возможных для нее синхронных резонансов.

Анализ устойчивости в случае плоского вращения любого типа (периодического, квазипериодического, хаотического) выполняется при помощи вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова [15]. Для случаев Гипериона, Фобоса, Деймоса и Амальтеи проведена графическая классификация траекторий плоского вращательного движения на устойчивые/неустойчивые относительно наклона оси вращения. На представительном сечении фазового пространства вычислено местоположение и получены данные об устойчивости/неустойчивости относительно наклона оси вращения ряда спин-орбитальных резонансных состояний для перечисленных спутников. Эти данные дают ответ на вопрос, может ли спутник находиться в том или ином спин-орбитальном резонансе.

**Глава II «Бифуркационные режимы синхронного вращения»** посвящена исследованию бифуркационных режимов плоского синхронного вращательного движения малых спутников планет.

Рассматривается плоское (в плоскости орбиты) синхронное вращение несферического спутника на невозмущенной эллиптической орбите вокруг планеты в тех же предположениях, что были приняты в Главе I. При вращении спутника на эллиптической орбите ориентация спутника испытывает вынужденные «эксцентриситетные» колебания [1]. Если значение параметра динамической асимметрии  $\omega_0$  принадлежит области параметрического резонанса [1], вращательное движение спутника испытывает бифуркацию удвоения периода. Возникают «бифуркационные» колебания ориентации спутника



относительно центра масс с частотой в два раза меньшей частоты обращения спутника по орбите. Амплитуда этих колебаний в перицентре орбиты может быть велика (десятки градусов).

В задаче о плоском вращении спутника имеют место два параметрических резонанса [1] — в окрестности  $\omega_0 = 1/2$  и  $\omega_0 = 3/2$ , так как  $\omega_0 \leq \sqrt{3}$ . Интервал значений параметра  $\omega_0$  при фиксированном значении эксцентриситета  $e$ , на котором имеет место параметрический резонанс, быстро уменьшается с ростом порядка резонанса. Поэтому наибольший интерес представляет собой резонанс низшего порядка  $\omega_0 = 1/2$ . Именно он рассматривается подробно.

Приводится описание метода оценки амплитуды бифуркационных колебаний ориентации спутника в перицентре орбиты, предложенного В. В. Белецким [1]. На основе теории Г. М. Заславского и др. [4] выводится соотношение для амплитуды бифуркационных колебаний ориентации спутника в перицентре орбиты. При помощи метода, предложенного Б. В. Чириковым [6], выводится соотношение для максимальной амплитуды бифуркационных колебаний ориентации спутника в перицентре орбиты. Выполняется сравнение результатов, полученных на основе этих оценок, с истинной амплитудой бифуркационных колебаний спутника. Для этого рассматриваются два случая вращения спутника в бифуркационном режиме: при значениях эксцентриситета  $e = 0.015$  («Фобос») и  $e = 0.1$  («Гиперион»). Сравнение показало, что при больших значениях эксцентриситета выведенное на основе теории Г. М. Заславского и др. [4] соотношение для амплитуды бифуркационных колебаний даст амплитуду колебаний более точно, чем соотношение, полученное ранее В. В. Белецким [1]. Формула, полученная с помощью метода Б. В. Чирикова [6], приближенно определяет максимальную амплитуду бифуркационных колебаний спутника в перицентре орбиты для малых значений эксцентриситета. Выведенные соотношения для оценки амплитуды бифуркационных колебаний позволяют прогнозировать возможность наблюдения бифуркационного режима у реальных спутников.

Полученные результаты применяются к малым естественным спутникам. Делается заключение, что кандидатами на нахождение в бифуркационном режиме плоского синхронного вращения являются Фобос, Деймос, Эпиметей, Елена и Пандора. Наиболее вероятным кандидатом на нахождение в бифуркационном режиме синхронного вращения, судя по близости  $\omega_0$  к  $1/2$  и достаточно большой величине  $e$ , является Фобос. Вследствие чувствительности проявлений бифуркационного режима плоского синхронного вращения к вариациям  $\omega_0$ , наблюдение бифуркационного режима у реальных спутников позволило бы наложить жесткие ограничения на значение этого динамиче-

ского параметра у наблюдаемого спутника.

Далее в главе рассматривается последовательность бифуркаций удвоения периода, имеющая место при увеличении параметра  $\omega_0$  в окрестности  $\omega_0 = 1/2$  при фиксированной величине эксцентриситета  $e$ . Для случая  $e = 0.1$  («Гиперион») строится «бифуркационное дерево», которое образуют координаты центров бифурцирующих островов синхронного резонанса на плоскости сечения фазового пространства, определенной в перигентре орбиты, и изучаются его характеристики. Сделан вывод, что современные наблюдательные данные об инерционных параметрах Гипериона не исключают возможности присутствия бифуркационных мод в истории эволюции его вращательной динамики.

В Главе III «Моделирование кривых блеска» рассматривается задача о моделировании кривых блеска малых спутников планет. Разработан алгоритм и программное обеспечение для построения модельных кривых блеска. Выполняется моделирование совокупных кривых блеска седьмого спутника Сатурна Гипериона. Моделирование проводится на основе данных наблюдений, проводившихся А. В. Девяткиным и др. [3] в ГАО РАН в 1999 – 2000 гг., и на основе более ранних данных Клаветтера [11].

В алгоритме моделирования вращательной динамики и кривых блеска приняты следующие предположения. Спутник представляет собой несферическое твердое тело, движущееся на возмущенной эллиптической орбите вокруг планеты. (Орбита Гипериона испытывает, в частности, сильные короткопериодические возмущения из-за резонанса в орбитальном движении с другим спутником Сатурна Титаном [12]). Планета считается неподвижной гравитирующей точкой. Размеры спутника много меньше радиуса орбитального движения. При расчете наблюдаемой звездной величины спутника предполагается, что спутник является трехосным эллипсоидом с заданными размерами, а поверхность спутника является ортотропной: световой поток от спутника пропорционален видимой части его освещенной поверхности в проекции на небесную сферу. Отклонения от ортотропности для отражающей поверхности учитываются в среднем, путем коррекции теоретической кривой блеска за угол фазы «Солнце – спутник – наблюдатель» при заданном виде фазовой функции в рамках модели, разработанной Боуэлом и др. (см. [14]).

Решение задачи совпадения модельных и наблюдаемых кривых блеска спутников проводилось посредством варьирования значений начальных данных и параметров задачи. На первом этапе моделирования методом вариации значений начальных данных и параметров находилось грубое приближение к

наблюдаемой кривой блеска. Наилучшее приближение находилось путем минимизации суммы квадратов отклонений теоретических значений звездной величины спутника от наблюдаемых. На втором этапе проводилось уточнение найденных таким образом значений параметров методом наискорейшего спуска (методом градиента; см. [5]).

Для четырех наборов наблюдательных данных определено вращательное состояние Гипериона. Также найдены значения параметров его фазовой функции. Начальные данные для траекторий вращательного движения Гипериона, соответствующих наилучшим приближениям наблюдаемой кривой блеска, находятся в хаотической компоненте фазового пространства. Таким образом, можно сделать вывод, что Гиперион в период, охватываемый наблюдениями, находился в хаотическом режиме вращения. Этот вывод согласуется с результатами, полученными ранее Клаветтером [11, 12].

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы.

Основное содержание диссертационной работы опубликовано в следующих работах:

1. Мельников А. В., Шевченко И. И. «Статистические оценки в исследовании устойчивости вращения несимметричных естественных спутников в синхронном резонансе» // Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием «Проблемы небесной механики». С.-Петербург: ИТА РАН. 1997. С. 122-125.

2. Мельников А. В., Шевченко И. И. «Бифуркации синхронного резонанса в поступательно-вращательном движении несимметричных естественных спутников» // Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием «Компьютерные методы небесной механики 97». С.-Петербург: ИТА РАН. 1997. С. 113-115.

3. Мельников А. В., Шевченко И. И. «Вращательная динамика несимметричных естественных спутников» // С.-Петербург: ИТА РАН. 1997. Препринт № 69. 56 с.

4. Мельников А. В., Шевченко И. И. «Об устойчивости вращательного движения неферических естественных спутников относительно наклона оси вращения» // *Астрономический вестник*. 1998. Т. 32. № 6. С. 548-559.

5. Девяткин А. В., Горшанов Д. Л., Грицук А. Н., Мельников А. В., Шевченко И. И. «Наблюдения и теоретический анализ вращательной динамики Гипериона» // Препринт Лаборатории фотометрии ГАО РАН. С.-Петербург: ГАО РАН. 1999. № 17. 40 с.

6. Мельников А. В., Шевченко И. И. «Об устойчивости вращения несферических естественных спутников в синхронном резонансе» // *Астрономический вестник*. 2000. Т. 34. № 5. С. 476–486.

7. Девяткин А. В., Горшанов Д. Л., Грицук А. Н., Мельников А. В., Сидоров М. Ю., Шевченко И. И. «Наблюдения и теоретический анализ вращательной динамики Гипериона. II» // Препринт Лаборатории фотометрии ГАО РАН. С.-Петербург: ГАО РАН. 2000. № 18. 28 с.

8. Мельников А. В. «О последовательности бифуркаций удвоения периода относительного движения несферического спутника в синхронном резонансе» // *Известия ГАО РАН. Астрометрия и небесная механика*. 2000. № 214. С. 161–168.

9. Мельников А. В. «Бифуркационный режим синхронного резонанса в поступательно-вращательном движении несферических естественных спутников планет» // *Космические исследования*. 2001. Т. 39. № 1. С. 74–84.



## ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Белецкий В. В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука. 1965. 416 с.
2. *Веретенников В. Г., Марков Ю. Г., Эль-Хафез С. А.* Динамический анализ эволюционных процессов в движении вязкоупругих небесных тел // *Космические исследования*. 1997. Т. 35. Вып. 5. С. 501–514.
3. *Девяткин А. В., Горшанов Д. Л., Грицук А. Н., Мельников А. В., Сидоров М. Ю., Шевченко И. И.* Наблюдения и теоретический анализ вращательной динамики Гипериона. II // Препринт Лаборатории фотометрии ГАО РАН. С.-Петербург: ГАО РАН. 2000. № 18. 28 с.
4. *Заславский Г. М., Сагдеев Р. М., Усиков Д. А., Черников А. А.* Слабый хаос и квазирегулярные структуры. М.: Наука. 1991. 235 с.
5. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1970. 720 с.
6. *Чуриков Б. В.* Нелинейный резонанс. Новосибирск: Изд-во НГУ. 1977. 82 с.
7. *Black G. J., Nicholson P. D., Thomas P. C.* Hyperion: rotational dynamics // *Icarus*. 1995. V. 117. № 1. P. 149–161.
8. *Gladman B., Nicholson P. D., Burns J. A. et al.* Discovery of two distant irregular moons of Uranus // *Nature*. 1998. № 392. P. 897–899.
9. *Gladman B., Kavelaars J. J., Holman M. et al.* Discovery of 12 satellites of Saturn exhibiting orbital clustering // *Nature*. 2001. № 412. P. 163–166.
10. *Goldreich P., Peale S.* Spin-orbit coupling in the Solar System // *Astron. J.* 1966. V. 71. № 6. P. 425–438.
11. *Klavetter J. J.* Rotation of Hyperion. 1. Observations // *Astron. J.* 1989. V. 97. № 2. P. 570–579.
12. *Klavetter J. J.* Rotation of Hyperion. 2. Dynamics // *Astron. J.* 1989. V. 98. № 5. P. 1855–1874.
13. *Kruse S., Klavetter J. J., Dunham E. W.* Photometry of Phoebe // *Icarus*. 1986. V. 68. P. 167–175.
14. *Lagerkvist C. -I., Williams I. P.* Physical studies of asteroids. XV. Determination of slope parameters and absolute magnitudes for 51 asteroids // *Astron. & Astrophys. Suppl. Ser.* 1987. V. 68. P. 295–315.
15. *Lichtenberg A. J., Lieberman M. A.* Regular and chaotic dynamics. New York: Springer-Verlag. 1992. 670 p. (Имеется русский перевод 1-го издания: *Литтенберг А., Либман М.* Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир. 1984. 528 с.)
16. *Maris M., Carraro G., Cremonese G., Fulle M.* Multicolor photometry of the Uranus irregular satellites Sycorax and Caliban // *Astron. J.* 2001. V. 121. № 5. P. 2800–2803.
17. *Peale S. J.* Rotation histories of the natural satellites // "Planetary satellites" / Ed. by Burns J. Tucson: Univ. of Arizona Press. 1977. P. 87–112.
18. *Thomas P. C., Black G. J. and Nicholson P. D.* Hyperion: rotation, shape and geology from Voyager images // *Icarus*. 1995. V. 117. № 1. P. 128–148.
19. *Wisdom J., Peale S. J., Mignard F.* The chaotic rotation of Hyperion // *Icarus*. 1984. V. 58. № 2. P. 137–152.
20. *Wisdom J.* Rotation dynamics of irregularly shaped natural satellites // *Astron. J.* 1987. V. 94. № 5. P. 1350–1360.





Low